

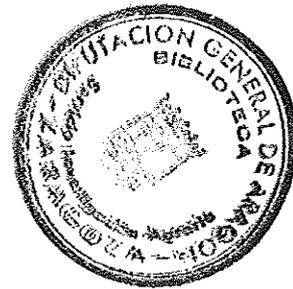
**REVISION BIBLIOGRAFICA DE ESTUDIOS SOBRE LOCALIZACION**

Inmaculada MORALES ROBLA  
Antonio del VALLE PINTOS

Documento de Trabajo 86/11

**SERVICIO DE INVESTIGACION AGRARIA  
UNIDAD DE ECONOMIA Y SOCIOLOGIA AGRARIAS**

2853



REVISION BIBLIOGRAFICA DE ESTUDIOS SOBRE LOCALIZACION

Inmaculada MORALES ROBLA  
Antonio del VALLE PINTOS

Documento de Trabajo 86/11

Unidad de Economía y Sociología Agrarias  
Servicio de Investigación Agraria  
Diputación General de Aragón  
Zaragoza

## INDICE



	<u>Pág.</u>
1. INTRODUCCION: IDEAS Y CONCEPTOS GENERALES Y ANALISIS DE FACTORES...	3
2. ANTECEDENTES .....	6
3. TEORIAS SOBRE LOCALIZACION .....	7
3.1. Apartados clásicos .....	7
3.2. Moderna teoría de localización .....	12
4. MODELOS Y METODOS .....	18
4.1. Modelos analíticos .....	22
4.2. Métodos aproximados .....	35
5. CASOS TRATADOS EN LA LITERATURA .....	40
6. CONCLUSION .....	54
7. BIBLIOGRAFIA .....	54

## 1. INTRODUCCION: IDEAS Y CONCEPTOS GENERALES Y ANALISIS DE FACTORES

La elección del lugar de emplazamiento de la empresa queda enmarcada, como cualquier otra decisión que ésta deba tomar, dentro de las fases que constituyen su actuación económica.

Planeación -> Decisión -> Realización -> Control.

Y vendría caracterizada como una decisión en esencia constitutiva en virtud del hecho de que estas decisiones son tales que una vez tomadas y realizadas no disponen de la flexibilidad suficiente para proceder a correcciones - sin que ello implique serias consecuencias -existencia misma de la actividad económica-.

Dada la relativa irreversibilidad de esta decisión debe garantizarse, en consecuencia, la validez temporal de los emplazamientos, seleccionados en forma que optimicen la decisión para el horizonte de planificación establecido.

El compromiso que la Empresa adquiere al fijar sus instalaciones es el de mayor plazo y por tanto, restringe otro tipo de decisiones (ej. capacidades).

La componente espacial se ha venido considerando sin embargo, en economía, como una complicación a introducir en todo caso al final del proceso de resolución y no como parte constitutiva del mismo. Quizá por no tratarse de un tipo de decisión que se adopte constantemente ha sido descuidado su tratamiento en la literatura económica. Aún con todo ha de observarse que en las últimas décadas el desarrollo económico ha motivado múltiples decisiones que se remiten no sólo a la localización de explotaciones sino también de redes comerciales, almacenes y servicios de emergencia.

Su tratamiento ha sido orientado más allá del ámbito exclusivo de la actividad económica singular:

- Constituye objeto de investigación por la Teoría y Política económica y de Sociedad (Nacional, Regional: modelos de localización para la planificación regional (Aznar, 1975).



- Constituye objeto de investigación de la planificación de la distribución: ordenación de los elementos y/o procesos dentro de la Empresa.

Aunque se manejará, aquí, desde el punto de vista de la economía de la empresa. En este sentido y siguiendo a Jacob (1967) se entiende por localización, definida como primer paso en su estudio, "El lugar donde tiene lugar la actividad productiva, esto es, el emplazamiento a donde se deben traer los factores de producción y de donde se deben sacar sus productos hasta el consumidor".

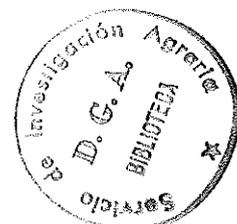
Se trata, pues, tanto de las relaciones con los mercados de aprovisionamiento como con los de ventas, capitales y trabajo; y en consecuencia, optimizar esta decisión supone resolver un complejísimo problema de interrelaciones. En cualquier caso ha de referirse a la determinación de un área de influencia, cuantificación del mercado potencial, competencia y rentabilidad de la inversión.

Fernandez Pirla: "En relación con la localización de la Empresa nos planteamos problemas tan importantes como el de la ordenación de los productos, elección de los proveedores, dimensión de la Empresa (Capacidad) en relación con la influencia espacial que pueda tener, y en íntima conexión con ésto, el problema del coste de producción y de distribución de los productos obtenidos".

Los factores determinantes de la localización han de ser tales que su consideración permita no sólo el planteamiento sino también los resultados, el grado de operatividad necesario, y su valoración como instrumento de decisión y cabría agruparlos según afecten a:

1) Los costes:

- . Costes de terreno, capital (intereses y amortización) y energía.
- . Sueldos y cargas fiscales.
- . Costes de transporte de materias primas y productos terminados.
- . Ventajas por aglomeración.



## 2) Campo comercial:

$$. \text{Potencial de mercado: } C = \frac{C_f}{K \times P}$$

donde:

C = Coste,  $C_f$  = Costes fijos E

K = Participación en el mercado

P = Potencial de mercado

- . Densidad del mercado (función de la dispersión de los compradores potenciales).
- . Condiciones de la demanda.
- . Organización del mercado:
  - . Número y dirección de los puntos de venta.
  - . Volumen y número de pedidos.
- . Naturaleza del producto:
  - . Sustituible
  - . Magnitudes físicas
  - . Precio por unidad física

Factores que de forma análoga fueron sistematizados por Greenhut.

En un intento de formalización no ya de elementos o factores únicamente, - sino de la decisión misma de localización, Schroeder (1983) propone un marco conceptual cuyas fases permitirían al nivel administrativo correspondiente - evaluar correctamente todas las facetas del problema y la integración, en la mayor medida posible, de las decisiones en la estrategia corporativa.

Este marco conceptual para la planeación de instalaciones toma como base - los pasos que se requieren en cualquier decisión de instalaciones:

1. Desarrollo de una medida de la capacidad de las instalaciones.
2. Preparación de un pronóstico de la demanda futura.
3. Determinación de las necesidades de instalaciones.
4. Generación de alternativas.
5. Evaluación de alternativas.
6. Decisión.

La planeación de instalaciones es un complejo problema en el que concurren numerosos factores por lo que su resolución debe concebirse como una decisión que afecta a todas las partes de la organización y no sólo al departamento de operaciones.

## 2. ANTECEDENTES Y AVANCES

La investigación sobre la localización se ha concentrado tradicionalmente en una orientación teórica excesivamente abstracta con muy escasas posibilidades de ayuda a las decisiones empresariales. La búsqueda en torno a un número reducido de magnitudes ha constituido su principal característica.

La literatura económica se limitó hasta 1.900 a la descripción de industrias determinadas o sectores y sólomente es a partir de la aportación de Alfred Weber cuando se pasa a la investigación de la determinación de la localización.

Casi todos los autores más destacados en materia de investigación en torno al problema de localización en Economía de la empresa, consideran como válido para la elección del lugar de emplazamiento el criterio de la maximización de beneficios. Pero sin duda, siguiendo a Jacob (1967) y Bloch (1979), este beneficio depende de magnitudes externas e internas (recogidas, a efectos de formalización, en la función objetivo y en las restricciones). Estas magnitudes determinantes pueden ser variadas autónomamente por el empresario o bien, escapar a su influencia. En consecuencia, el problema de la localización exige al empresario una buena información sobre la estructura socio-económica - previa y las restricciones que impone a su actividad económica y sobre su propio objetivo u objetivos.



Con ello queda planteado el tratamiento de la localización como una decisión caracterizada por haberse adoptado ya previamente ciertas decisiones (límites geográficos, producción,..). Así, García Echevarría (1973) propone como proceso de decisión de localización un esquema construido por Heinen (.) -- (pág. siguiente), distinguiendo con él tres grupos de problemas como caracterización de esta decisión:

1) Se busca la determinación de localizaciones en las que concuerdan las exigencias al lugar de emplazamiento y del lugar de emplazamiento.

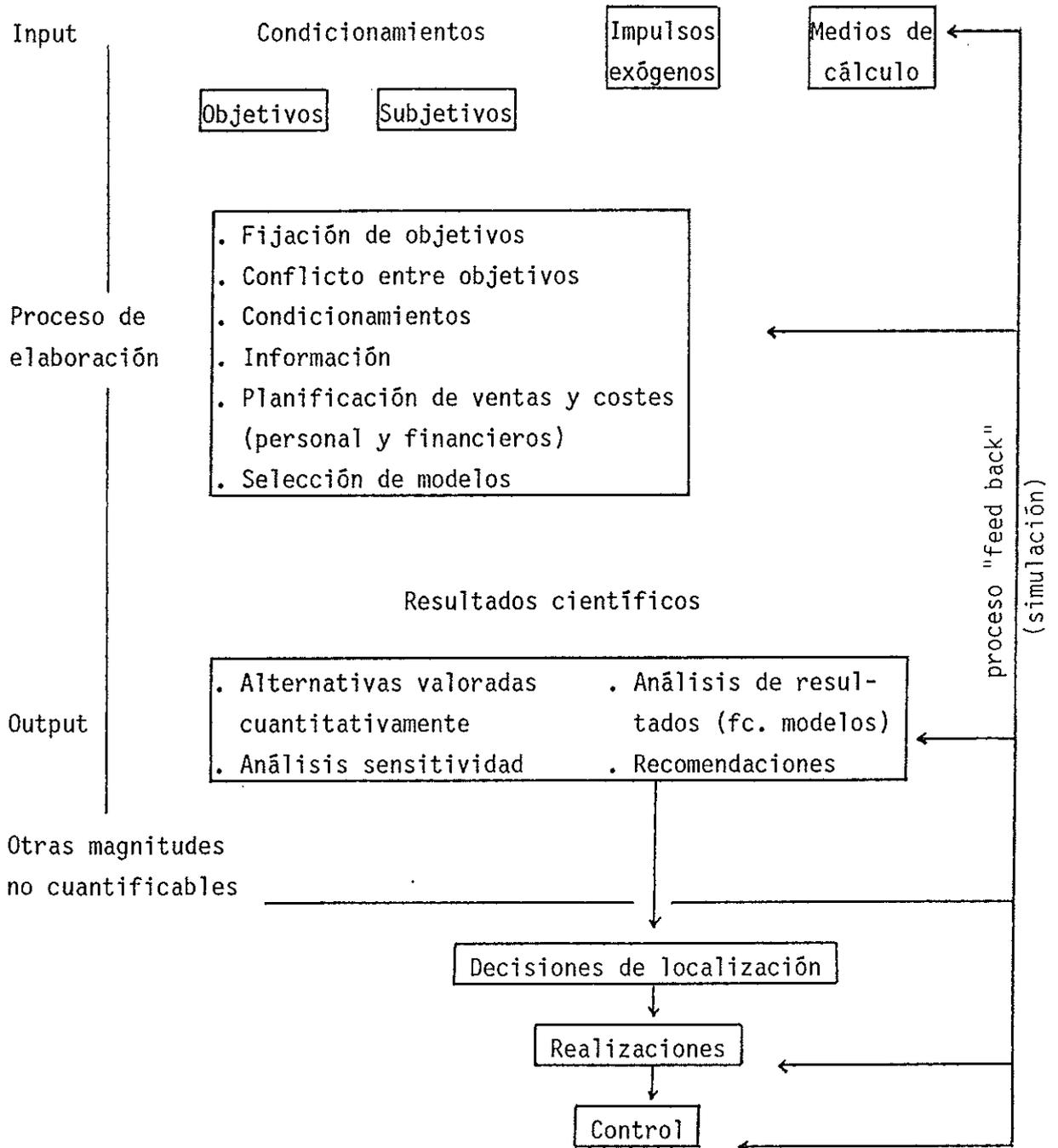
2) En 2º lugar, se buscan los lugares de emplazamiento que hagan posible los efectos de racionalización en el espacio y en el tiempo: problema de distribución entre varios emplazamientos buscando una configuración óptima de toda la red.

3) En tercer lugar, se buscan emplazamientos cuyas expectativas futuras -- permitan enjuiciar como favorable la futura evolución. Ello supone un pronóstico de la evolución del propio lugar y de la propia actividad.





(.) Esquema: Heinen:



### 3. TEORIAS SOBRE LOCALIZACION

#### 3.1. Aportaciones clásicas

3.1.1. La problemática de la localización agrícola fue tratada por -- Von Thumer, mediante un procedimiento puramente deductivo.

Se plantea el modelo sobre la premisa de admitir un espacio de terreno homogéneo en toda su dimensión y en cuyo centro existe un núcleo de población, un mercado. Se buscará la determinación de la actividad agrícola - en función de los costes de transporte, de la mano de obra y de los productos al mercado.

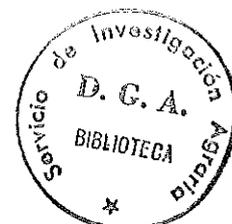
3.1.2. Alfred Weber (1962) se centra en el análisis de los costes de transporte, de la mano de obra y del factor aglomeración. A su vez diferencia en los costes de transporte los que corresponden a materias primas y los que corresponden a productos terminados.

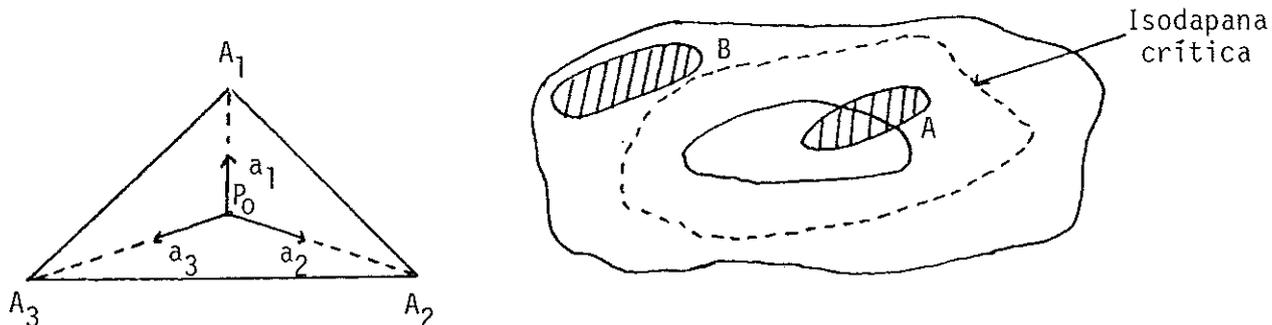
Hipótesis: . Espacio homogéneo continuo o isótopo.  
 . Concurrencia perfecta.  
 . Algunas hipótesis sobre distribución en el espacio de - inputs.

1º resultado: La localización se efectúa allí donde los costes de transporte de todos los inputs y outpus se minimicen. Después, en un segundo paso, se introducen los costes elaborados que pueden (en función de la concentración) compensar costes de transporte.

La determinación del coste de transporte de la mano de obra la realiza Weber en base a la técnica de las isodapanas, que representan los lugares geométricos cuyos gastos de transporte son iguales.

Interpretación. Aquel lugar de emplazamiento cuya isodapana esté más cerca de Po (punto que equilibra "pesos" de los centros de transporte de MP y productos terminados) que de la isodapana crítica, será el más favorable.





Factores que deben destacarse exclusivamente:

- Precio MP y materiales
- Mano de obra y coste de transportes

La planificación de la localización por tanto se orienta en los costos, y se puede afirmar que el modelo de Weber no facilita la determinación de un emplazamiento óptimo, sino que se trata de un modelo descriptivo que permite calcular unos resultados para las localizaciones.

Una de las críticas más fuertes es la expuesto por Behrens (1971). La sistemática de Weber en torno a sólo tres factores de localización, no permite la elaboración del modelo suficiente y además los efectos de estos factores contienen interferencias.

Características comunes a estas concepciones clásicas son las hipótesis que sirven de base a su desarrollo:

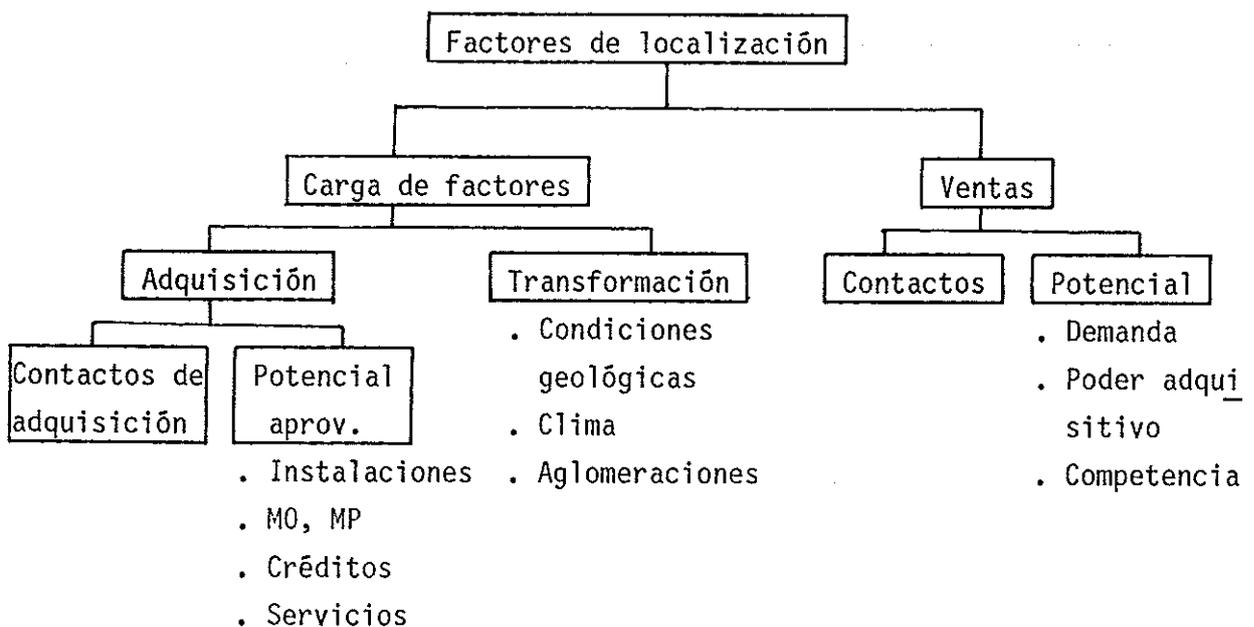
- Competencia perfecta.
- Independencia de las decisiones entre empresas.
- Validez del criterio de maximización de beneficios (Richardson considera más válida la maximización de ventas).



Analizando críticamente a Weber y buscando el desarrollo de un modelo que recoja la problemática de la localización como un problema de economía y rentabilidad, Behrens introduce la esfera de las ventas. Queda anulada, así, la premisa de igualdad de posibilidades de ventas en todas las localizaciones.

Para Behrens, el problema de localización en economía de la empresa precisa de un criterio de clasificación unitario: ponderación de gastos e ingresos. Esto es, la planificación económica de una actividad durante un período de tiempo  $t$ .

Propone un esquema para el análisis de la localización:



Donde pueden observarse:

Factores de Aprovisionamiento (equipos e instalaciones, capital, MO,..). El problema de localización se presenta, por lo que respecta al sector de aprovisionamiento con factores de producción, cuando existen bienes que hay que situarlos, esto es, que no corresponden a los factores que pueden considerarse dentro de la esfera de "ubiquidad" de la empresa. Dentro de este

análisis debe asimismo considerarse la problemática del almacenamiento, la incidencia de tarifas de transporte degresivas, descuentos, etc.

Por ello deberá considerarse el potencial de aprovisionamiento de cada localización cuyos determinantes son: la intensidad de la oferta, la intensidad de la competencia local, subvenciones del sector público.

Hasta aquí los costes de abastecimiento, que juegan un papel de variable estratégica en la localización (sin diferentes costes de abastecimiento las diferencias en producto no tendrían ningún interés en la localización), se habían "identificado" como costes de transporte.

La introducción en el análisis de los factores de ventas hace que la localización óptima sólo pueda conocerse cuando se considere, además de la localización óptima por parte de los factores de producción, aquella que -corresponda a la situación de ingresos que lleva a una maximización de los beneficios. Aquí es donde la contribución de Behrens lleva a una ampliación del modelo Weberiano. Se distinguen dentro del sector de ventas:

- El potencial de ventas: que queda configurado por dos características: cantidad posible de ventas y precio que puede conseguirse.

- Contactos de ventas que actualizan constantemente el potencial, -siendo las instituciones promotoras de las ventas portadoras de estos contactos: corredores de comercio, clientes potenciales, ferias, etc.

Para lograr la localización óptima se efectuará un primer análisis sobre la amplitud del mercado de aprovisionamiento y del modo de ventas, de forma que, en segundo lugar, se puedan establecer alternativas de emplazamientos en base a la determinación de las expectativas de ingresos y gastos.

Para cada punto geográfico disponible se efectuará un cálculo económico de economicidad y rentabilidad.



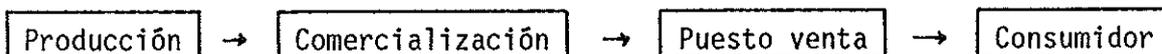
### 3.2. Moderna teoría de localización

#### 3.2.1. Competencia espacial en la localización

Las operaciones de transacción e intercambio que la actividad de toda entidad empresarial supone (Documentos e informes, 1983) están mediadas por una serie de factores estructurales como:

- Tamaño de las unidades y diferencias relativas en las mismas.
- Tecnología de que disponen
- Marco institucional en el que actúan.
- Lugar en el espacio en que están situadas en modo permanente.

Que hacen patente, por tanto, si tenemos en cuenta la dimensión, abastecimiento y localización espacial de los agentes económicos, la interrelación entre el modelo general de producción:



(unidades tecnológicamente separables)

y el sistema comercial:



(unidades jurídicamente independientes)

relación materializada por la generación de unas necesidades de comunicación e intercambio y transporte para hacer efectivos la transacción y el intercambio.

Esta necesidad de transporte y comunicación depende de la localización de las unidades de producción y consumo (agentes económicos) lo --

cual, a su vez, es función de la escala que resulte más eficiente para la producción.

La distribución en el espacio de los compradores implica que el coste medio de transporte aumenta al concentrar mayor volumen de producción en un punto. Cuando se tienen en cuenta estos dos costes: producción y transporte, resulta más deseable dividir la producción en mayor número de plantas distribuidas espacialmente, cada una con una escala de producción menor.

En consecuencia, la competencia espacial puede quedar definida en función de dos características (Dorward, 1982).

La primera característica esencial es la dispersión geográfica en el uso de los productos adquiridos por parte de los compradores. Hay, por tanto, costes de transporte en los intercambios y su consideración lleva a los demandantes a distribuirse espacialmente. La minimización de esos costes de transporte tiene como resultado límite la aparición de tantos mercados, empresas oferentes, como unidades demandantes.

La segunda característica es la existencia de una tecnología productiva con rendimientos de escala crecientes (frente a los rendimientos constantes de escala de la teoría clásica).

Así, si la actividad de transporte tiene un coste y el mercado se caracteriza por una dispersión geográfica de unidades compradoras, el caso a estudiar es, en definitiva, el caso de la competencia espacial.

Este nuevo punto de vista considera que las hipótesis barajadas por la teoría clásica son demasiado fuertes para ser aplicadas con cierta garantía en el estudio de la realidad (ejemplo: localización) y asume el estudio de la demanda como primer paso.

Los ejercicios de modelización consideran dos clases de variantes:



a) La fórmula adoptada para fijar los precios de los productos fabricados:

a.1) Precios "free on board" (FOB): Las Empresas facturan un precio franco fábrica uniforme en todas las adquisiciones, al que añaden los costes de transporte.

a.2) Discriminación de precios. El precio de cada adquisición es tal que iguala costes marginales e ingresos marginales, siendo la función de Ingresos marginales distinta en cada localización, correspondiéndose con diferentes funciones de Demanda (Neta) que se distinguen por los diferentes - costes de transporte.

b) Las reacciones en precios de las empresas competidoras - frente a una modificación del precio por parte de cada empresa: Variaciones - conjeturales.

b.1) Competencia de Lösch. Cada empresa supone fijado el área de mercado a la que sirve, comportándose en ella como un monopolista.

b.2) Competencia de Hotelling-Smithies. Cada Empresa supone fijados los precios de las empresas competidoras.

b.3) Competencia de Grenhut-Otha. Cada Empresa supone fijado - el precio de adquisición en el límite de su área de mercado.

El primer resultado de este estudio de la competencia espacial puede ser expresado en los siguientes términos (Sthal, 1982): "La maximización empresarial de beneficios requiere en las distintas formas de mercado -- presentadas, la discriminación de precios. Más competencia espacial supone - además, mayor nivel de discriminación.

Estos resultados son muy diferentes a los que cabría esperar de la adaptación espacial del modelo neoclásico, por el cual la libre entrada en el mercado aseguraría los precios F.O.B. La diferencia responde fundamentalmente a que el procedimiento de discriminación de precios permite a la em-

presa absorber parte de los costes de transporte o incluso la totalidad bajo el supuesto de un número infinito de competidores.

El segundo resultado es que, en general la política de discriminación de precios da lugar a mayores volúmenes de output que la de precios F.O.B.

El tercer resultado genérico (Documentos e Informes, 1983) viene referido al papel de las barreras a la entrada. La práctica de fijar un precio límite como barrera a la entrada no resulta efectiva, pues obliga a -- trabajar con beneficios no extraordinarios. Una barrera menos costosa es la -- disposición geográfica de las empresas existentes. (Asociando rentabilidad de una entrada al espacio disponible que permita capturar un mercado tal que pue da hacer rentable la ubicación).

Por último se observa que la demanda/oferta de los servicios de almacén debe estar concentrada espacialmente, en razón de los costes de -- transporte.

Como conclusión final se podría insistir en la necesidad de tomar en cuenta el hecho espacial como elemento que modifica los modelos teóricos previos, desconocedores del factor espacio; así como las consecuencias que de éstos se derivan en materia de política económica. Ha de anotarse, sin embargo, que las soluciones a la localización que pueda ofrecer esta teoría espacial no han alcanzado carácter analítico a excepción hecha de algún modelo muy restrictivo de programación matemática para la ubicación de servicios comerciales (Bacon, 1984).

### 3.2.2. Colas Distribuidas Espacialmente. Sistemas de Servicios Urbanos.

Los sistemas de servicio urbano espacialmente distribuidos incluyen:



- Servicios de emergencia.
- Compras a domicilio.
- Servicios de distribución.
- Centros de servicio al vecindario...

y la mayoría de estos servicios muestran las siguientes características (Larson y Odoni, 1984):

1) Elementos de incertidumbre: tiempo, localización e incluso duración del servicio requerido.

2) La estructura espacial juega un papel clave en la forma del servicio suministrado.

3) En la prestación del servicio las posibles congestiones pueden ser debidas a incertidumbres en los requerimientos de los servicios y a la limitación de los recursos.

En un conjunto urbano, una cola distribuida espacialmente es aquella en la que los consumidores y/o servidores se hayan distribuidos por la ciudad (o parte de ella). La mayoría de las colas distribuidas espacialmente son sistemas multiservicio (más de un servidor) así que en su análisis habrán de afrontarse las dificultades inherentes al mismo (multiservicio). Sin embargo, a diferencia de la mayoría de las colas multiservicio analizadas, las colas distribuidas espacialmente tienen servidores distinguibles cada uno con diferentes características operacionales (tales como la carga de trabajo, o los tiempos medios de servicio).

El número de modelos es enorme y el tratamiento de todos -- ellos, por tanto, impracticable. Se hace necesario en consecuencia, elegir una clase representativa de sistemas de colas espaciales urbanas para ilustrar -- métodos implicados en el espacio: "Demand-responsive queueing systems", que operan de la siguiente forma:

a) La demanda de servicio viene generada como un proceso Poisson en el tiempo, a toda la ciudad o parte de ella.



b) Para cada demanda la respuesta puede ser:

- . Sistema: "Server-to-Customer". Servicio móvil o viaje del servidor al lugar de requerimiento.
- . Sistema: "Customer-to-server". Los consumidores son los que viajan a la instalación para obtener el servicio.

El primer tipo de sistema podría ser un servicio de emergencia, trabajo social (ej. practicante,..). El segundo tipo de sistema podría - corresponder a estaciones de policía, clínicas, etc.

En ambos, la proximidad del servidor juega un papel clave.

Los modelos utilizados para su estudio (más atractivo el de Sever-to-customer, y en el que se centran Larson y Odoni) proceden de modelos de un único servidor (M/G/1 (pág. 210-283, Larson y Odoni, 1984) generalizable a N, Larson y Stevenson consideran para llegar a ubicar una instalación, - una región rectangular (Sist. Coord.(n x m)) en la que las demandas de servicio están uniformemente distribuidas, y en la que puede situarse la localización potencial con coordenadas  $(X_i, Y_i)$ . Esta situación podría corresponder a una en la que existiendo una instalación de servicio en una región por su saturación se deseara introducir una segunda. El problema es localizar esa - segunda instalación y dividir la región de tal forma que se minimice el tiempo medio de viaje. Se considera que las direcciones de viaje son siempre paralelas a los lados del rectángulo.

La generalización del método M/G/1, el denominado: Modelo de colas hipercubo, para N servidores, asume nueve rasgos básicos:

- Las áreas de información-estadística (ej. bloques de edificios) son modelizados como un solo punto.

- Las llegadas son valores independientes que siguen un proceso de Poisson.

- Los tiempos de viaje son datos conocidos.

- Los servidores están distribuidos espacialmente y cualquiera de ellos puede atender una demanda de servicio.

- La localización de los servidores es conocida, mientras estos no tengan carácter móvil.

- En respuesta a cada demanda de servicio sólo es enviado un servidor al lugar donde ésta se efectúa: la respuesta es única.

- La asignación de los servidores tiene lugar de acuerdo a un procedimiento de preferencia fijado.

- Los tiempos de servicio a una demanda, incluyendo el tiempo de viaje, el tiempo de servicio y posiblemente la vuelta, tienen un valor promedio conocido.

- Las variaciones en el tiempo de servicio total (incluyendo los viajes) sólomente debidas a variaciones en el tiempo de viaje se considerarán secundarias.

En la práctica ningún sistema de servicio se ajustará exactamente a todas las asunciones del modelo. Aplicando este, se deberá ponderar la extensión para la cual el sistema actual no adopte las rigideces del modelo (y la pérdida de capacidad o exactitud predictiva) contra métodos alternativos, para elegir el método que mejor se acomode a los fines de la toma de decisión.

#### 4. MODELOS Y METODOS

Existen dos tendencias que actualmente presionan sobre la investigación de la localización:

Por un lado, lo insatisfactorio de los resultados teóricos en la economía de la empresa, que se ha limitado a sistematizar los factores de localización (lo cual a pesar de ser importante, no resuelve el problema). Se trata ahora, de valorar los resultados de esa sistematización y ponerlos dentro del marco de los objetivos perseguidos, de forma que pueda llegarse a una decisión sobre el lugar óptimo de localización. Es decir, operatividad.

Por otro lado, las exigencias de la praxis por los métodos prácticos, que recojan toda la problemática, la valoren, la interrelacionen y faciliten información sobre alternativas y criterios de decisión. Los métodos existentes presentan en este sentido serias limitaciones.

Con Heinen, García Echevarría afirma la necesidad, primero de definir qué se entiende por óptimo, o bien cuál es el criterio a seguir para su determinación:

"Se puede considerar como óptima una decisión de localización cuando los factores relevantes para la localización influyen en el lugar elegido de tal forma que en comparación con otras alternativas produzca el mayor grado de -- cumplimiento del objetivo previsto".

Mientras que la Teoría Económica Clásica se centra en el objetivo de la "minimización de los costes de transporte"; se observa que este objetivo es - insuficiente en una teoría dentro de un orden de economía de mercado, que - persigue el objetivo de maximización de beneficios o de un sistema de objetivos cuyo componente sea asegurar un beneficio satisfactorio" (entiéndase satisfactorio en la medida que permita logros determinados por la propia empresa).

Permaneciendo en el campo económico, se ha de entrar en la problemática de la cuantificación. El criterio de óptimo señalado puede en este sentido, que-

dar limitado a un óptimo "parcial". Existen factores no cuantificables -- (Schroeder, 1983) y ello hace que los procedimientos analíticos (ej. - (programación lineal), caracterizados por un elevado grado de abstracción formal, configuren una solución base que deberá ser modificada con la consideración posterior de estos factores cualitativos; o bien, que se -- planteen procedimientos mixtos.

Esto es, todo modelo de localización aporta una información al proceso de decisión y no la decisión como tal.

En principio, por tanto, habrían de tratarse de un lado aquellos procedimientos caracterizados por su reducción a un modelo formal abstracto, y de otro, aquellos que si bien adolezcan de fundamentación "científica" puedan - ayudar a la preparación de la decisión.

En las páginas siguientes se intenta una sistematización de la mayoría de ellos.

#### 4.1. Modelos analíticos

##### 4.1.1. Objeto Optimización

###### 4.1.1.1. Modelos orientados a costes:

- a) Weber
- b) Jacob

###### 4.1.1.2. Modelos orientados a ingresos

###### 4.1.1.3. Modelos sin introducir restricciones

###### 4.1.1.4. Modelos orientados a la Demanda

- a) Cono de demanda
- b) Absorción costes de transporte
- c) Modelo Hotelling y extensiones

##### 4.1.2. Programación Matemática

###### 4.1.2.1. Programación básica y lineal

###### 4.2.2.2. Programación no lineal

- a) Continua
- b) Discreta: Programación mixta

#### 4.1.3. Modelos de Redes

### 4.2. Métodos aproximados

#### 4.2.1. Técnicas de Ordenación o Ranking

#### 4.2.2. Método del centro de gravedad

#### 4.2.3. Modelos Heuristicos

#### 4.2.4. Decisiones sobre localización con ayuda de la regla NB

#### 4.2.5. Simulación

##### 4.2.5.1. Electra

##### 4.2.5.2. Método de Atracción

Como cuestión anexa a las distintas clases de modelos, se podría establecer una tipología de los problemas a los que darían aquellos solución (Pravda, 1980), en virtud de:

#### 1. Lo que se quiere localizar:

1.1. Problemas de distribución en el espacio.

1.2. Problemas de localización (Apple, Francis, White, Moore).

#### 2. Características de las nuevas instalaciones

2.1. Problemas de localización sencilla.

2.2. Localización múltiple.

2.3. Localización con número de instalaciones dado o es valor adicional de decisión.

2.4. Localización dependiente o independiente de otras instalaciones.

#### 3. Características de las instalaciones existentes

3.1. Problemas localización estática o dinámica

Los primeros contienen información sin tendencias de desarrollo de lugares o redes.

3.2. Problemas localización, determinación o probabilidades.



#### 4. Interacción de las diversas instalaciones

##### 4.1. Problemas cuantitativos o cualitativos.

#### 5. Espacio

##### 5.1. Problemas Uni o Multidimensionales.

##### 5.2. Problemas discretos o continuos. Distinción en virtud del planteamiento del problema.

##### 5.3. Problemas restringidos o no restringidos.

#### 6. Función Objetivo

##### 6.1. Cuantitativos: Minimización-Costo o Tiempo Minimax. Cualitativos

#### 7. Norma (medición de las distancias)

##### 7.1. Problemas rectilíneos ( $d_{AB} = |X_A - X_B| + |Y_A - Y_B|$ ) o Euclidianos ( $d_{AB} = [(X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2]^{\frac{1}{2}}$ )

#### 4.1. Modelos analíticos

##### 4.1.1. Objeto Optimización

##### 4.1.1.1. Modelos orientados a los costos

WEBER (1962) plantea en su modelo la búsqueda de aquella localización que posea los costes de transporte más favorables de las materias primas, mano de obra y clientes. Dentro de un sistema de coordenadas se busca el lugar de emplazamiento óptimo:  $s(X,Y)$ , referido a los lugares:

$$P_i(X_i, Y_i) \quad i=1 \dots n$$

Si  $r_i$  es la distancia entre  $(P_i), (S_i)$  y  $a_i$  : cantidad a transportar entre ambas localizaciones.

Considerando Weber que los costes de transporte dependen sólomente de las cantidades y las distancias, el coste de transporte - total quedará:

$$T = a_1 r_1 + a_2 r_2 + \dots + a_n r_n = \sum_{i=1}^n a_i r_i$$

$$\text{Siendo: } r_i = \sqrt{(X-X_i)^2 + (Y-Y_i)^2}$$

El problema se resolverá con la minimización de esta función de costes:

$$\text{Min } T(X,Y) = \sum_{i=1}^n a_i \sqrt{(X-X_i)^2 + (Y-Y_i)^2}$$

El Procedimiento resolutivo será mediante aproximación o geográficamente.

JACOB (1967) no acepta como premisa el conocimiento del programa de producción antes de la elección del lugar de emplazamiento.- Jacob constituye en objetivo final el beneficio futuro esperado por la empresa, beneficio que depende de la localización.

El problema consistirá en la obtención de aquel volumen de beneficio que se deduzca desde el punto de vista de la rentabilidad -- buscada, parte Jacob de dos grandes planteamientos de localización.

a) Caso de una Empresa con un producto, generalizable a varios, que tiene localizada toda su actividad en un solo lugar.

b) Caso en que la actividad se distribuye en varias localizaciones. Distinguiendo en este punto 3 posibilidades:

b.1.) La determinación del beneficio de una localización para una política de precios que maximice beneficios.

Función de Beneficios:

$$\text{Max } G (X_{11}, X_{12} \dots X'_{zh}) = \sum_{zh} X_{zh} [(P_{zh}(X_{zh}) - T^*_{zh})] - K(X_{11} \dots X'_{zh})$$

$h = 1 \dots n$  : índices que definen cada mercado parcial

$z = 1 \dots z'$  : índices que definen los productos

$X_z$  : ventas del producto  $z$

$X_{zh}$  : ventas del producto  $z$  en el mercado  $h$

$P_{zh}$  : precio del producto  $z$  en el mercado  $h$

$T_{hz}$  : costes transportar una unidad de producto  $z$  al mercado  $h$ .

b.2.) Para un precio fábrica + costes de transporte

Función de Beneficios:

$$\text{Max } G (X_{11} \dots X'_{zh}) = \sum_{zh} X_{zh} \cdot P^*_{zh}(X_{zh}) - k(X_{11} \dots X'_{zh})$$

donde:  $P^*_{zh}$  = función (precios-ventas) transformada del producto  $z$  en el mercado parcial  $h$ . Función reducida por la corrección de los costes de transporte unitarios  $T^*_{zh}$

b.3.) Igualdad en el precio de venta

Función a Maximizar:

$$\text{Max } G (X_z, P_z) = P_z \cdot X_z - \sum_z T_z (X_z, P_z) - k(X_1 \dots X'_z)$$

Jacob planteará también la generalización a varios productos, así como un modelo dinámico.

4.1.1.2. Modelos orientados a Ingresos (Aznar A, y Fernandez P. 1975)

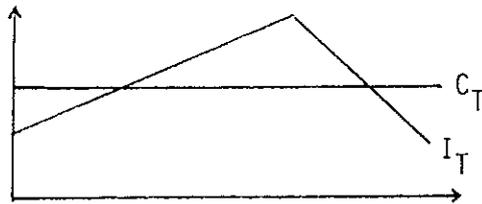
Hipótesis: - Precios y disponibilidad de inputs iguales para toda localización.



- Densidad uniforme de población.
- Funciones de demanda individual, homogéneas.

Con la 1ª hipótesis la curva de los costes es una línea recta no dependiente de la distancia. Esto unido a los otros dos supuestos lleva en realidad a una indeterminación de la localización pues el ingreso es igual en cualquier lugar.

Relajando el supuesto de densidad uniforme se consigue que los ingresos varíen con la localización y podrá determinarse entonces la red óptima en virtud de la función de Beneficio:

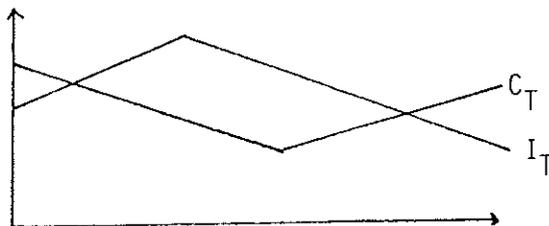


$$\pi = P - t \cdot d \cdot Q - \sum P_i Z_i$$

d : distancia de venta  
t : coste de abastecimiento

4.1.1.3. Sin introducir restricciones (Aznar y Fernandez, 1975)

Suponemos que costes e ingresos varían con la distancia:



$$\pi = (P - t \cdot d) \cdot Q - \sum P_i Z_i$$

Con:  $P_i = P_i - t_i \cdot d_i$   
 $\pi = \text{Beneficio}$



#### 4.1.1.4. Modelos orientados a la Demanda (Cuadernos Universitarios, 1967)

La localización es un factor determinante del área -- del mercado de la Empresa, y en consecuencia de los clientes potenciales y -- del ingreso. Consideran estos modelos que el coste derivado de un transporte a mayor distancia supone mayor precio del producto y por tanto menor demanda.

##### a) Cono de demanda

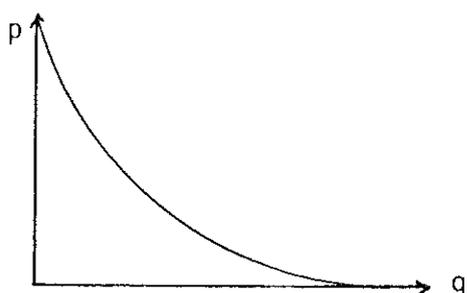
Los supuestos de este modelo son:

- La población se distribuye uniformemente con densidad  $=S$
- La demanda individual es función de  $P = \text{precio fábrica} + \text{costes de transporte (mt)}$   
 $f = f(t)$
- El radio del área del mercado vendrá determinado por la función de demanda.

Teniendo en cuenta que el efecto de la distancia sobre los precios de venta es el siguiente:

A mayor distancia, mayor coste, por tanto mayor precio de venta y en consecuencia disminución de la demanda.

Las ventas llegarán hasta un punto situado a una distancia  $r$ , tal que: el incremento sobre el precio inicial que esta distancia suponga, con unos costes de transporte  $= r.t$ , haga que la Empresa no venda. - Las ventas hasta ese punto vendrán dadas por el cono definido por el giro respecto al eje de coordenadas.



$$\text{Demanda} = S \int_0^2 \left[ \int_0^M f(p + m.t)m.dm \right] d\theta$$

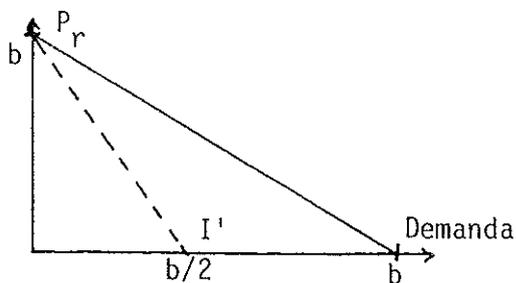
Decisión de localización: Aquella, entre varias, de mayor demanda.

Si se incluyen costes: Se efectúa el cálculo del máximo beneficio con un precio = p, tal que haga: Ingresos Marginales = Costes Marginales. Se elegirá, entonces, aquella localización que suponga mayor beneficio.

#### b) Absorción de costes de transporte

Se pretende ensanchar el área comercial servida, mediante la venta a un precio inferior a p, siendo "p" = (coste de producción + coste de transporte).

Considerando un cliente, con curva de demanda individual:



Si Coste Marginal = 0, el precio que maximizará el beneficio sería aquel que hiciera Ingresos Marginales = 0  $\rightarrow$  b/2

Este precio de producción maximizaría beneficios.

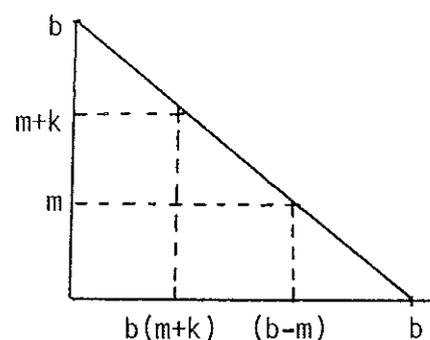
Considerando dos clientes, uno más próximo que el otro, el precio óptimo será menor:

$k$  = coste de transporte del cliente lejano.

$m$  = precio de fábrica.

$b - (m + k)$  = cantidad adquirida por el cliente lejano.

$(b - m)$  = cantidad adquirida por el cliente próximo.



Función de ingresos:

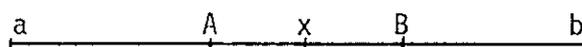
$I = M [ b - (m + k) + b - m ] \Rightarrow$  el precio que maximiza beneficios será:

$dI_t/dm = 2b - 4m - k = 0 \Rightarrow m = b/2 - k/2 \Rightarrow$   
(respecto a  $m = b/2$ ) una absorción de costes de transporte.

### Planteamiento competitivo

Se supone:

- Que todos los compradores están uniformemente distribuidos a lo largo de  $L$  (línea de longitud):



Donde:  $a$  y  $b$  representan la distancia hasta los extremos desde las empresas  $A$  y  $B$  respectivamente.

-  $c$  = coste de transporte por unidad de distancia.

- Suponemos también, que los costes de producción de  $A, B$  son nulos (sin que por ello se pierda generalidad) y que una unidad de producto se consume por unidad de tiempo, en cada unidad de distancia, a lo largo de  $L$ .

- No hay preferencias de marcas.

- Precios de venta:  $P_1 \rightarrow A$   
 $P_2 \rightarrow B$

- Cantidades de venta:  $q_1 \rightarrow A$   
 $q_2 \rightarrow B$

Se trata de localizar A y B tal que se maximice el beneficio:

$$\left. \begin{array}{l} p_1 + cx = p_2 + cy \\ a + x + y + b = L \end{array} \right\} \begin{array}{l} ( p_1 = c(1 + a-b/3) \\ p_2 = c(1 - a-b/3) \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} p_1 + cx = p_2 + cy \\ a + x + y + b = L \end{array} \right\} \begin{array}{l} ( B_1 = c(1 + a-b/3) \\ B_2 = c(1 - a-b/3) \end{array}$$

$$\text{Si: } a = b \rightarrow B_1 = B_2 \rightarrow a = b = 1/4 L$$

Localizaciones que hacen el coste Min.

El proceso competitivo hace, sin embargo, que se tienda a converger hacia el centro del mercado. A y B simultáneamente tratarán que su separación del extremo sea máxima, esto es, que la distancia "a" sea mayor que la separación de B respecto a "b".

#### 4.1.2. Programación Matemática

En los últimos años la Investigación operativa ha abierto nuevos horizontes para la resolución de problemas locacionales, la programación lineal, en números enteros, la teoría de los grafos,..

##### 4.1.2.1. Programación Lineal

Si lo más importante a considerar son los costes de transporte, o si las posibilidades de instalación de plantas han sido reduci-

das, la programación lineal será el método a utilizar. Se plantearán, entonces, tantos programas lineales como localizaciones potenciales (problema discreto de localización).

Dentro de los modelos de programación lineal destaca por sus posibilidades de aplicación a los problemas de localización, el denominado método de transporte (Suarez Suarez, 1970). Se trata de un modelo discreto que busca los lugares de producción y/o de ventas que definen una estructura óptima de costes de transporte, o bien la distribución óptima de costes de la producción entre las diferentes localizaciones.

Tres son los elementos claves de estos modelos:

- a) las demandas de los distintos mercados o centros.
- b) las capacidades de cada centro.
- c) los costes, que pueden referirse sólo a costes de transporte o bien a costes más amplios tales como almacenamiento, impuestos, amortizaciones, etc.

Permite un tratamiento simultáneo de los elementos que se plantean en el problema.

#### Planteamiento formal

$$\text{Min. } F(X) = \sum_{j=1}^n C_j X_j$$

$$\text{sa: } \sum_{j=1}^m \sum_{j=i}^n a_{ij} \cdot x_j \leq b_j$$

( $i = 1 \dots m$ )  $\rightarrow$  capacidades

( $j = 1 \dots n$ )  $\rightarrow$  demandas

Resolución (Investigación Operativa. Apuntes 84-85).- Varios métodos, entre ellos el de coste mínimo, esquina noroeste, Vogel. En cualquier caso lo que se facilita es la "solución mejor" de acuerdo con el



criterio seleccionado, debiendo ser cuantificable y reflejando las magnitudes cualitativas bien en la magnitud -- coste o en la magnitud ingreso.

Se supone:

- n centros consumidores en una región.
- m lugares geográficamente distintos donde poder localizar las plantas o factorías.
- costes por unidad de producción iguales, aunque no así los costes de transporte.
- La dimensión de las distintas plantas difiere.

Como la producción total del conjunto de factorías excede, con mucho, a la demanda total de los diferentes destinos el problema consiste en determinar los lugares en que conviene localizar las plantas, así como su dimensión con la condición de que el Coste total de distribución o transporte sea mínimo.

#### 4.1.2.2. Programación no Lineal

a) Continua: Se trata de funciones no lineales de carácter continuo que plantean numerosas y considerables problemas operativos.

b) Discreta: Programación Mixta (Cuadernos Universitarios, 1967)

Combinación de programación lineal y entera es utilizada cuando hay posibilidad de instalar distinto número de plantas o almacenes, o estos pueden instalarse en diferentes niveles de producción con costes fijos diferentes en cada planta o almacén.

Planteamiento. Se asignan valores 1 ó 0 a los costes fijos según se instale o no, respectivamente, la planta, analizando así de forma automática todas las posibilidades.

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij} + \sum_{j=1}^n q_j Y_j$$

$$\text{Sa: } \sum_{j=1}^n X_{ij} = D_i \quad \left. \vphantom{\sum_{j=1}^n X_{ij}} \right\} \text{(Restricción de Demanda)}$$

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} - q_j Y_j \geq 0 \quad \left. \vphantom{\sum_{i=1}^m X_{ij}} \right\} \text{(Restricciones de Oferta)}$$

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} - h_j Y_j \leq 0 \quad \left. \vphantom{\sum_{i=1}^m X_{ij}} \right\}$$

$$X_{ij} \geq 0 \quad Y_j = \begin{cases} 0, 1 \end{cases}$$

donde

$X_{ij}$  = cantidad transportada desde el origen  $i$  hasta el destino  $j$ .

$q_j$  = coste fijo de instalar una planta.

$Y_j$  = variable binaria  $Y_j = 1 \rightarrow$  Si se instala  
 $Y_j = 0 \rightarrow$  Si no

$C_{ij} = a_{ij} + b_j + V_j \rightarrow a_{ij}$  = coste/u transportada desde planta  $j$  hasta zona  $i$

$b_i$  = coste de distribución en zona  $i$ .

$V_j$  = coste de producción en planta  $j$ .

Procedimientos de Resolución (Investigación operativa. Apuntes 84-85 (CEE).

- Branch and Bound o de ramificación.

- Método de descomposición dual. Se basa en resolver el programa lineal y con la solución obtenida pasar a la parte entera que a su vez genera nuevas restricciones al programa lineal, repitiéndose el proceso hasta llegar al óptimo



- Método de enumeración directa.

#### 4.1.3. Modelos de redes. Localización óptima en una red de tráfico.

Se trata de una ampliación del modelo Weberiano que mantiene la premisa de homogeneidad del territorio. Se trata aquí, de minimizar las -- distancias a una red de tráfico o aprovisionamiento de tal forma que la suma de todas las distancias a todas las líneas de tráfico sean las menores posibles.

Si se dispone de  $m$  canales de tráfico rectos, que pueden cruzarse discrecionalmente, las ecuaciones de estas rectas en el sistema de coordenadas tienen la forma:

$\alpha_i X + \beta_i Y - C_i = 0$  ( $i=1... m$ ) (forma normal de Hess). La distancia en vertical de un punto cualquiera  $P_0(X_0, Y_0)$  de la recta  $i$ , vendrá de finida por:

$$\alpha_i X_0 + \beta_i Y_0 + C_i = |d_{i0}|$$

Se busca el lugar (s) para el que la suma de todas las distancias verticales de las rectas de tráfico, sean mínimas:

$$\sum_{i=1}^m (d_i) \rightarrow \text{Min}$$

$$\text{Con: } d_i = \alpha_i X + \beta_i Y - C_i \quad (i=1...m)$$

Problema de optimización que puede resolverse por el método simplex. Además puede generalizarse el modelo en forma que se ponderen las -- distancias según los distintos planteamientos que recogen los costes de -- anexión a la red, preferencias de ventas, u otras condiciones.

Se pueden tratar aquí, según exponen Larson y Odoni (1982) -- tres categorías de problemas:

1) "Median problems". Para localizar en base al promedio de distancias (o promedio de costes de transporte o de tiempo de transporte). - Generalmente son utilizadas en el contexto de distribución de servicios de no emergencia.

Algoritmo "Simple-Median". Pasos:

a) Obtención de la matriz de distancias mínimas para los nudos de la red.

b) Multiplicar la  $j$ -ésima columna de la matriz de distancias - mínimas, por el peso de la demanda:  $h_j$  ( $j=1\dots n$ ); para obtener la matriz:

$$[ h_j \cdot d(i,j) ]$$

c) Para cada fila de la matriz  $[ h_j \cdot d(i,j) ]$  hacer la suma de -- sus elementos. El nudo que corresponde a la fila con menor suma será la localización para la 1-median.

Este algoritmo puede, en principio, ser usado también para obtener  $k$ -medians ( $k \geq 1$ ), con las modificaciones correspondientes.

2) "Center Problems" (Minimax problems). Se trata de minimizar la máxima distancia (o coste o tiempo). Generalmente presentados para servicios de emergencia (médicos, reparaciones, bomberos..).

Algoritmo "Simple-Center". Pasos:

a) Para cada eslabón  $l$  de la red  $G$ , encontrar un centro local  $X_l$  de  $l$ .

b) De entre todos los centros locales:  $X_l$ , elegir el que tenga menor  $m(X_l)$ . Este centro local será también centro absoluto  $X^*$  de  $G$ .

Teorema: Para el centro local  $X_1$  sobre el enlace (P,Q):

$$m(X_1) = \frac{m(p) + m(q) - l(p,q)}{2}$$

donde :

$l(p,q)$  = denota la longitud del enlace (p,q)

También se generaliza el algoritmo anterior para "Multiple Center".

3) "Requirements problems". Son problemas en los que se han prefijado de antemano unos standars de rendimientos o de funcionamiento. De esta forma la localización se determina para alcanzarlos. Es un tipo de problema más general que el "median problem" o "Center problem" y puede utilizarse en ambos casos.

Generalmente los problemas de localización de servicios responde a la pregunta: ¿dónde deberían localizarse los servicios para optimizar una función objetivo (dada)?. Sin embargo a menudo la cuestión debería formularse en otros términos: se quieren lograr ciertos standars de rendimientos - (algunos especificados por la legislación y otros demandados como necesarios por el servicio de administración), entonces la pregunta a responder es: - ¿Cuál es el menor número de servicios que se necesitan y donde localizarlos para lograr esos standars?.

El problema es semejante al de "k-centers" pero con diferentes datos: el número de localizaciones requeridas es desconocido ( $k$ ) y se conoce, por contra, la distancia o tiempo máximo aceptable (dada por valor de  $m(X_k^*) = 3m$ . ej.).

Algoritmo "EMS Coverage". Pasos:

- a) Tomar  $k = 1$
- b) Resolver el problema k-center para ese valor actual de k.
- c) Si  $m(X_k^*) = 3 \text{ min.}$  (ej.) stop. Ese valor de k es el que representa el número mínimo de localizaciones:

Si  $m(X_k^*) > 3 \text{ min.}$  pasar a d)

- d) Tomar  $K = k+1$  y volver a b)

Se tiene, resumiendo, como:

- . 1º objetivo: Conformidad con el conjunto de requisitos standar: legislativos, administrativos.

- . Algunas restricciones sobre localización de servicios potencialmente aceptables; a menudo debidas a especiales requisitos de los servicios.

- . Objetivos secundarios: generalmente en términos de costes.

## 4.2. Métodos aproximados

### 4.2.1. Técnicas de Ordenación o Ranking

Se trata de una sistematización de los factores de localización y una posterior valoración de su incidencia. Esto se basa fundamentalmente en métodos empíricos de encuestas o de experiencia personal.

De la comparación decidirá ponderando el decisor el peso de cada uno de los factores → Escala de preferencias.

#### 4.2.2. Método del Centro de Gravedad (García Echevarría, 1973)

Fases esenciales:

1. Determinación del potencial de ventas para cada centro.
2. Encuadrar la zona en un eje de coordenadas.
3. Medir la distancia vertical y horizontal de cada eje o coordenada a cada centro de demanda.
4. "Momentos de inercia" en cada eje.  
(Demanda de cada centro x cada distancia).
5. Sumar los "momentos" totales de cada eje.
6.  $\frac{\sum \text{momentos}}{\text{Demanda total}}$  = "Centro ponderado" de la Demanda.

La fase siguiente es la de buscar el emplazamiento dentro del centro de gravedad, por ejemplo en base a las posibilidades de transporte. - Una vez definidos estos emplazamientos se realiza un análisis coste-beneficio para cada uno de ellos.

La ventaja de este método es su "simplicidad", no pudiendo adjudicarle un valor mayor que a la decisión intuitiva.

#### 4.2.4. Decisión de localización según la regla "NB" o método Khun-Hamburger. (Localización de Almacenes)

La "Next Best Rule" trata el problema de localización analizando, en forma sucesiva dentro de un proceso, la búsqueda de decisiones heurísticas, Khun y Hamburger (García Echevarría, 1973) han intentado simplificar el método de transporte formulando una determinación heurística de la localización.

Se plantea el problema de determinar la localización de los almacenes de forma tal que exista al menos una compensación entre las ventajas que se derivan de la disminución de los costes de transporte y del incremento del "potencial adquisitivo", y las "desventajas" de la descentralización.

Para ello se establecen tres principios heurísticos que en una sucesiva aplicación tratan de definir un "programa base o principal". En una segunda fase se procede a la aplicación de otros dos principios que consiguen y mejoran ese programa principal.

1ª fase: "Programa base"

a) Heurística de elección: sólo se consideran como localizaciones posibles aquellas en los centros de demanda o cercanos.

b) La mejora progresiva de la red de almacenes se consigue -añadiendo nuevas instalaciones tal que se consigna un ahorro adicional en costes los incrementen en menor grado.

c) Se considera asignada la demanda local cuando el suministro de esta zona se haga desde el nuevo almacén.

2ª fase: Corrección y Mejora

d) Se eliminan aquellos almacenes que con la introducción de otros nuevos en b), dejen de ser interesantes económicamente.

e) Se comprueba si los almacenes se encuentran situados en los lugares más favorables dentro de su zona asignada. Se llega a la solución óptima de los problemas posibles.

#### 4.2.5. Método de Simulación

Dentro del modelo de simulación se refleja cada factor determinante considerando su incidencia e interrelaciones, y se opera, para todo - un período simulado, para situaciones concretas, de forma que se simula la -- realización de toda la actividad del sistema de distribución real.

Se hace notar la existencia de otros factores que representan un cierto papel en la localización aunque no guarden una relación directa con el beneficio (clima, gente..), y además son factores para los que el coste de

transporte como medida de resistencia espacial, no es apropiado (Aznar y Fernandez, 1975).

Por tanto se exige:

- Reformulación de los costes de transporte (abastecimiento).
- Formulación de la influencia de nuevas variables.

Dos Modelos:

4.2.5.1. Modelo Electra (desarrollado por la escuela francesa).

Características generales:

- Considera tanto las variables con incidencia directa y cuantitativa sobre el beneficio, como aquellas no directamente relacionadas, es decir, se trata de una "Aproximación-Multicriterio".

- Los efectos de la proximidad de localización no están bastante desarrollados.

- Está en el espíritu de los que buscan un camino óptimo ya que tiende a fijar una serie de etapas que el empresario debe seguir a la hora de elegir la localización.

Método: Para cada sector hay una serie de factores de interés que determinarán su localización. Para cada lugar se estudia su "equipación" de esos factores: Se atribuye un valor cuantitativo en una escala de cada factor, y después se estudian parejas de lugares con dos índices:

→ Concordancia:

$$IC_B^A = \frac{L^{A-B} - P_i^B}{P_i} \quad \begin{cases} L_i^{A-B} = 0 & \text{si } L_i^A < L_i^B \\ L_i^{A-B} = 1 & \text{si } L_i^A > L_i^B \end{cases}$$

Con:  $L_i^A$  : valor atribuido a la localización, A respecto al factor i.

$P_i$  : ponderación del factor.

→ Discordancia:

$$ID_A^B = \text{Max} \frac{[L_i^A - L_i^B]}{A_i} \quad \Delta_i = \text{amplitud de la escala del factor i.}$$

(Los factores son tales que las diferencias son positivas siempre).

El primer índice intenta mostrar en qué medida la localización A superior a B, lo es bastante, y el segundo en lo que atañe a los factores para los que A es inferior a B, si es significativo. Para hacer operativos estos índices se fijan unos umbrales tales que si se verifican las desigualdades:

Si  $IC_B^A > P$  y  $ID_B^A \leq q$ , se cumplirá que A es preferible a B. Se debe llegar a una localización

#### 4.2.5.2. Modelo de Atracción (Aznar y Fernandez, 1975)

Este modelo, en principio, es una aproximación de Perloff centrada en las relaciones de cada sector con el resto de los sectores y con la demanda final. Se pretende estimar la importancia de los costes derivados de la comunicación entre actividades económicas, y determinar su influencia sobre la localización.

Definición de costes de comunicación: "Todo coste, comprendidos los beneficios perdidos, debido a la no proximidad de todo lo que es necesario para el proceso productivo y la venta del producto".

Hipótesis:

- Las dos primeras hacen referencia al hecho de que los costes de transporte pierden significación cada día, y los de comunicación la aumentan. En función de estos últimos se explicará la concentración de actividades.

- La tercera, dice que cada Empresa en su ubicación sigue un camino neo-weberiano para minimizar esos costes de comunicación.

La cuantificación estadística de dos sectores en una región permite medir su grado de atracción. Por la tercera hipótesis, los coeficientes de atracción se pueden medir con una regresión.

Para una región dada los costes totales de comunicación para un sector son:

$$T_{jk} = C_{kd} (q_{jk} - d_{jk}) + \sum C_{hj} (\beta_{hk} \cdot q_{jk} - \alpha_{hk} \cdot q_{jh})$$

Donde:  $T_{jh}$  = Costes totales de comunicación de la industria "j" localizada en la región "k".

$C_{kd}$  = Costes unitarios por exportar.

$(q_{jk} - d_{jk})$  = Cantidad que se importa o exporta.

$C_{hk}$  = Costes unitarios por importar.

$(\beta_{hk} \cdot q_{jk} - \alpha_{hk} \cdot q_{jh})$  = Cantidad que se importa o exporta.

Siendo: j = Subíndice del sector

k = Subíndice de la región

Esta ecuación quedará, a través de sucesivas sustituciones como sigue:



$$q_{jk} = \lambda_d d_{kj} + \sum_l \frac{\alpha_{lk}}{\beta_{kl}} q_{lj}$$

donde  $\lambda_d$  y  $\lambda_l$  representan los coeficientes de atracción por la demanda y la oferta y  $\alpha_{lk}$  y  $\beta_{kl}$  los coeficientes de asignación y técnico respectivamente. Según los valores que tomen en la regresión se podrá decir, para una dimensión dada de la región, en que medida los diferentes sectores han jugado un papel en la localización del sector considerado. Es necesario tener en cuenta que la regresión entre el sector en cuestión y los otros sólo será significativa para los sectores con los cuales la región elegida por la regresión, coincida más o menos con la región pertinente, concepto fundamental en la teoría de Atracción. (Región más pequeña en la que los flujos entre sector y factores están en equilibrio). Habrá tantas regiones pertinentes como relaciones se establezcan entre el sector donde se va a explicar la localización y los que le suministren inputs o demandan outputs.

## 5. CASOS TRATADOS EN LA LITERATURA

Objetivo único de minimización de costes de transporte. Emplazamientos no dados (Schroeder, 1983).

Suponemos que hay:

- $i = 1 \dots n$  lugares de origen
- $j = 1 \dots m$  lugares de mercado
- $C_i$  = coste de transporte por unidad de materia prima y unidad de distancia.
- $C_j$  = coste de transporte por unidad de producto terminado y unidad de distancia.
- Se transportan  $m_i$  unidades de materias primas
- Se transportan  $d_j$  unidades de productos terminados

Cada lugar de origen puede situarse en el espacio con las coordenadas  $(X_i, Y_i)$  y cada lugar de destino con:  $(X_j, Y_j)$ .

Identificando la localización a determinar con las coordenadas  $(X_A, Y_A)$ , los costes de la empresa serían (para  $n$  unidades de origen y  $m$  de destino):

$$C = \sum_{i=1}^n C_i \cdot m_i \sqrt{(X_i - X_A)^2 + (Y_i - Y_A)^2} + \sum_{j=1}^m C_j d_j \sqrt{(X_j - X_A)^2 + (Y_j - Y_A)^2}$$

Problema:

$$\text{Min CT} = C_i m_i \sqrt{\quad} + \sum C_j d_j \sqrt{\quad}$$

$(X_A, Y_A)$

Procedimiento:

Aplicando la regla:

$$\rightarrow X_A = \frac{\sum C_i m_i X_i + \sum C_j d_j X_j}{\sum C_i m_i + \sum C_j d_j} \quad Y_A = \frac{\sum C_i m_i Y_i + \sum C_j d_j Y_j}{\sum C_i m_i + \sum C_j d_j}$$

--> Método de Brown and Gibson

Minimización de costes derivados de la producción y costes de transporte.-  
Con emplazamientos dados (Schroeder, 1983).

Sea:

$S_i$  = Capacidad de producción de la planta  $i$   
 $(i = 1 \dots n)$

$D_j$  = Capacidad de producción del mercado  $j$   
 $(j = 1 \dots m)$

$C_{ij}$  = Coste/u de producir una unidad en la planta  $i$  y enviarla al mercado  $j$ .

$X_{ij}$  = Cantidad de artículo que vamos a enviar desde el emplazamiento  $i$  hasta el destino  $j$ .

<u>Planteamiento</u>	)	
	)	
Programación lineal:	)	Mixta:
	)	
Min $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m C_{ij} X_{ij}$	)	Min $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m C_{ij} X_{ij} + \sum K_i \gamma_i$
Sa: $\sum_{i=1}^n X_{ij} = D_j$ $V_j = 1 \dots m$	)	Sa : $\sum_{i=1}^n X_{ij} = D_j$
$\sum_{j=1}^m X_{ij} = S_i$ $V_i = 1 \dots n$	)	$\sum_{j=1}^m X_{ij} = S_i \gamma_i$
$X_{ij} \geq 0$	)	$X_{ij} \geq 0$
Costes fijos idénticos	)	$\gamma_i (0,1) \rightarrow \left. \begin{array}{l} \gamma_i = 1 \text{ planta abierta} \\ \gamma_i = 0 \text{ planta cerrada} \end{array} \right\}$

Habrã tantas soluciones como posibles localizaciones planteemos.

Localización de instalaciones múltiples. Criterio: minimización función de costes proporcionales a la distancia (Prawda, 1980).

Sean:

- $P_1, P_2 \dots P_m \rightarrow$  Coordenadas de las instalaciones conocidas existentes ( $i=1 \dots m$ ).
- $R_1 \dots R_n \rightarrow$  Variables de decisión de los  $n$  nuevos puntos cuya localización se desea encontrar ( $j=1 \dots n$ ).
- $d(R_j, P_i) \rightarrow$  distancia entre el punto desconocido  $R_j$  y el conocido  $P_i$ .
- $d(R_j, R_k) \rightarrow$  distancia entre los puntos desconocidos  $R_j, R_k$  ( $k=1 \dots n, j \neq k$ )
- $W_{ji} =$  coste/año y por unidad de distancia entre  $i$  y  $j$ .
- $V_{jk} =$  coste/año y por unidad de distancia entre 2 ptos. desconocidos  $j, k$  ( $j \neq k$ )

Problema: Encontrar las coordenadas de los puntos  $R_1 \dots R_n$  de forma que se lo-  
gre:



$$\text{Min } F = \sum_{l=j=k=n} V_{jk} -d(R_j, R_k) + \sum_{i=1} \sum_{j=1} W_{ji} d(R_j, P_i)$$

$$R_1 \dots R_n$$

Se dice que las nuevas instalaciones  $j, k$  tienen intercambio si  $V_{jk} > 0$ .

Siguiendo la norma rectilínea:

$$d(R_j, R_k) = |X_j - X_k| + |Y_j - Y_k| \quad \text{Con } (a_i, b_i) \text{ Coord. de } P_i$$

$$d(R_j, P_i) = |X_j - a_i| + |Y_j - b_i|$$

Resolución: Kuhn y Kuenne (1962)

Problemas de localización y distribución. Caso determinístico (Prawda, 1980).

En este caso se ubican óptimamente las nuevas instalaciones y se determina el movimiento de bienes que fluyen entre instalaciones nuevas ( $W_{jk}$ ) o de nuevas a existentes ( $W_{ji}$ ). Este tipo de problemas considera que las ponderaciones  $V_{jk}$  y  $W_{ji}$  son también variable de decisión, es decir, dependen de las localizaciones  $R_1 \dots R_n$  (nuevas instalaciones)

Planteamiento (norma Euclideana):

$$\text{Min } \psi = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n Z_{ij} W_{ji} [(X_j - a_i)^2 + (Y_j - b_i)^2]^{\frac{1}{2}} + g(n)$$

$$\text{Sa: } \sum_{j=1}^n Z_{ji} = 1 \quad \forall i = 1 \dots m$$

donde:

- $g(n)$  = coste por unidad de tiempo por establecer  $n$  nuevas instalaciones.
- $Z_{ji} = \begin{cases} 1 & \text{Si una instalación nueva } j \text{ inter-actúa con una existente } i. \\ 0 & \text{Si de otra forma.} \end{cases}$

- Variables de decisión:  $n, Z_{ji}, X_j, Y_j$

La solución genérica vendrá dada en forma Heurística. Se fija un valor de  $n$  y se consideran todas las posibles combinaciones de  $Z_{ji}$ . Y por cada combinación se calcula un "óptimo parcial" utilizando el algoritmo de Kuhn y Kuenne. Se seleccionará aquella combinación de mínimo coste.

Problemas cuadráticos de asignación y localización. Localizaciones preestablecidos (Prawda, 1980).

Los problemas cuadráticos permiten (como generalización de los lineales) a la asignación el intercambio de flujo de bienes entre dos instalaciones nuevas.

Sea:

-  $X_{ik} \begin{cases} 1 & \text{Si la localización } k \text{ se asigna a la instalación nueva } i. \\ 0 & \text{Si no.} \end{cases}$

-  $C_{ikjh}$  = coste/año asociado a tener la instalación vieja  $i$  en la localización  $k$  y la nueva  $j$ , en la localización  $h$ .

Problema:

$$\text{Min } f(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{h=1}^n C_{ikjh} X_{ik} X_{jh}$$

$$\text{Sa: } \sum_{i=1}^n X_{ik} = 1 \quad \forall k = 1 \dots n \quad (1)$$

$$\sum_{k=1}^n X_{ih} = 1 \quad \forall i = 1 \dots n \quad (2)$$

(1) Sólo una instalación asignada en cada sitio.

(2) Sólo un sitio le corresponde a cada instalación nueva.

Solución: Algoritmo heurístico iterativo de gradientes (Armour y Buffa, 1963).



Criterios Minimax de Localización (Prawda, 1980)

Se diseña una función objetivo que minimiza el máximo coste de transporte resultante de una localización y/o una asignación.

Norma Euclideana:

$$\text{Min}_{x,y} \text{Max}_{1 \leq i \leq m} [ (x-a_i)^2 + (y-b_i)^2 ]^{\frac{1}{2}}$$

donde:  $(x,y)$  : variable de decisión asociada a las coordenadas de la nueva instalación.

$(a_i, b_i)$ : coordenadas de los  $m$  puntos conocidos ( $i = 1 \dots m$ )

Solución: Algoritmo de Elzinge y Hearn (1974)

Norma rectilínea y con más de una instalación: Dearing y Francis (1974)

Problemas de Cobertura (ej. Estación de Bomberos)

- Sea:
- $a_{ij}$  = (coeficiente binario)  $\begin{cases} 1 & \text{Si el cliente } i \text{ utiliza la instalación } j. \\ 0 & \text{Otro caso.} \end{cases}$
  - $X_j$  = Variable de decisión binaria  $\begin{cases} 1 & \text{Si la instalación se establece en } j. \\ 0 & \text{Otra forma.} \end{cases}$
  - $C_j$  = Coste de establecer la instalación en el sitio  $j$  si se tiene " $m$ " clientes y " $n$ " sitios

Problema de Cobertura: aquel que encuentra valores de  $X_j$  tales que:



$$\text{Min } Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j$$

$$\text{Sa: } \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \geq 1 \quad V_i = 1 \dots m$$

$$X_j = (0,1) \quad V_j = 1 \dots n$$

El objetivo es cubrir a todos los clientes al menor coste posible. La restricción del problema obliga a que cada uno de los clientes sea cubierto, -- cuanto menos, por un sitio.

Solución: Existen algoritmos especiales de programación, ej. Bellmore y Ratliff, Edmons, Garfinkel y Newhouser (Prawda, 1980).

Varias técnicas: - enumeración implícita  
 - bifurcación, acotación  
 - planos de corte  
 - técnicos reduccionistas y métodos heurísticos

Localización conjunta de plantas y almacenes (Cuadernos Universitarios, - 1967).

La combinación de plantas y almacenes permite utilizar en mayor medida las economías de escala en producción.

Consideramos: - N alternativas de localización de plantas (j)  
 - S alternativas de depósitos (k)  
 - M alternativas de venta (i=1...m)

Formalización:

$$\text{Min } (Z) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N+S} C_{ij} X_{ij} + \sum_{k=1}^S \sum_{j=1}^N C_{kj} X_{kj} + \sum_{j=1}^{N+S} f_j Y_j$$

$$\begin{aligned}
 \text{Sa: } & (1) \sum_{j=1}^{N+S} X_{ij} = D_i & \forall i = 1 \dots m \\
 & (2) \sum_{i=1}^{M+S} X_{ij} - g_j Y_j = 0 & \forall j = 1 \dots N + S \\
 & (3) \sum_{i=1}^{M+S} X_{ij} - h_j Y_j = 0 & \forall j = 1 \dots N + S \\
 & (4) \sum_{j=1}^N X_{ij} - \sum_{i=1}^S X_{ik} = 0 & \forall k = 1 \dots S \\
 & X_{ij} \geq 0 \\
 & Y_j = \{0, 1\}
 \end{aligned}$$

- (1) Colocar en los centros de consumo las cantidades demandadas.
- (2) Necesidad de superar los límites mínimos de capacidad de cada planta - (N) y cada almacén (S).
- (3) Imposibilidad de sobrepasar los límites máximos de producción de cada planta (N) o de almacenamiento de cada depósito (S).
- (4) Imposibilidad de que desde un depósito se envíe a los puntos de venta una cuantía mayor a la que entra procedente de las plantas de producción.

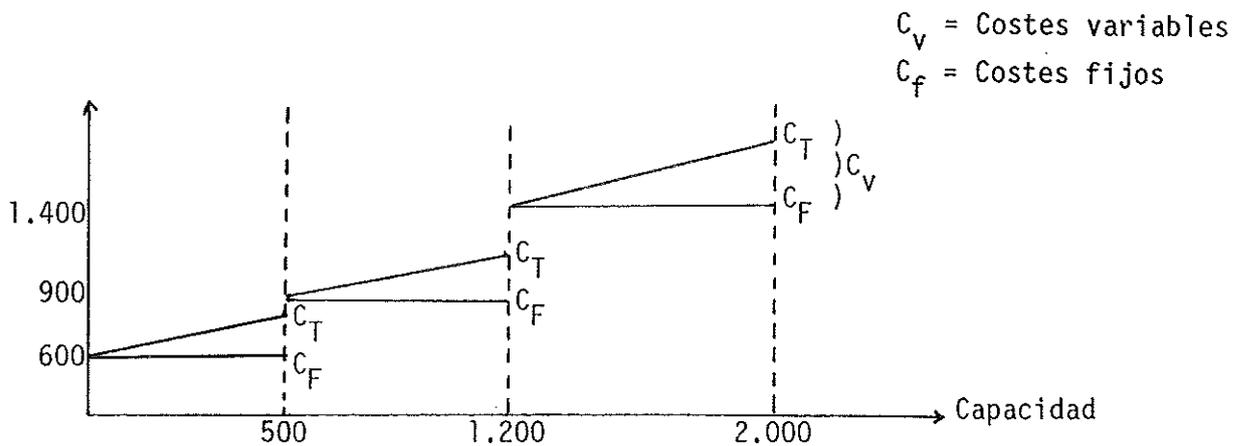
Solución: Algoritmos propios de la programación mixta.

### Localización y Dimensión de la planta (Cuadernos Universitarios, 1976)

Cuestiones ambas, estrechamente relacionadas: la localización condiciona el área comercial de la empresa debido al coste de transporte y, a su vez, el área comercial influye en forma decisiva en la dimensión de la Empresa.

Se estudian varios tipos de dimensión caracterizados por unos costes variables y unos costes fijos que son funciones lineales, cada una de ellas válida sólo dentro del volumen de producción que corresponde a su capacidad.





- Consideramos:
- L niveles en cada planta
  - N posibles localizaciones múltiples por L capacidades en cada caso.

La elección de una determinada capacidad impedirá que se seleccione otra capacidad en el mismo lugar. Solo se elige un nivel.

Planteamiento:

$$\text{Min } (Z) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N A_{ij} X_{ij} + \sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^L f_{jl} Y_{jl} \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum \sum C_{ij} X_{ij} = \text{Costes variables} \\ \sum \sum f_{jl} Y_{jl} = \text{Costes fijos del} \\ \text{conjunto de plan} \\ \text{tas elegidas.} \end{array} \right.$$

$$\text{Sa: (1) } \sum_{j=1}^N X_{ij} = D_i \quad \forall i = 1 \dots M$$

$$(2) \sum_{i=1}^M X_{ij} - \sum_{l=1}^L G_{jl} Y_{jl} \geq 0 \quad \forall j = 1 \dots N$$

$$(3) \sum_{i=1}^M X_{ij} - \sum_{l=1}^L h_{jl} Y_{jl} \geq 0 \quad \forall j = 1 \dots N$$

$$(4) \sum_{l=1}^L Y_{jl} \leq 1 \quad \forall j = 1 \dots N$$

Muchas veces es necesario introducir otras condiciones lógicas:

$Y_{11} - Y_{21} = 0 \rightarrow$  Contruir una determinada planta si se construye otra.

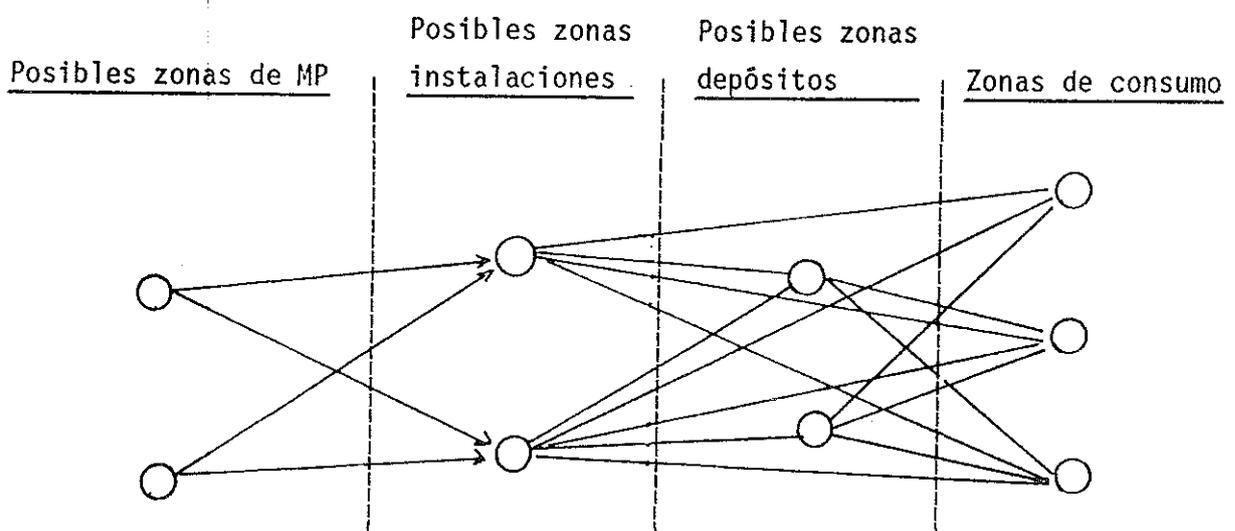
$Y_{11} - Y_{21} = 1 \rightarrow$  Plantas mutuamente excluyentes.

Consideración conjunta de: Abastecimiento, localización y dimensión de plantas y almacenes (Cuadernos Universitarios, 1967)

Un tratamiento adecuado del problema de localización de plantas y almacenes debe ser realizado dentro del contexto de circulación de materiales y productos de la empresa.

La ventaja de considerar las Materias Primas estriba en que se pueden diferenciar dentro de cada planta niveles tecnológicos diferentes reflejados en una mayor eficacia en el aprovechamiento de los recursos. Así pueden recogerse los efectos de tener Mano de Obra más cualificada o utillaje más avanzado.

Gráficamente:



La función objetivo recogerá:

- Costes variables: De adquisición y transporte de MP  
Producción y Transporte PT  
Almacenamiento y Transporte
- Costes fijos: Plantas industriales  
Coste de almacenes

Formalmente:

$$\text{Min } (Z) = \underbrace{\sum_{p=1}^Q \sum_{j=1}^N C_{jp} X_{jp}}_{(a)} + \underbrace{\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^{N+S} C_{ij} X_{ij}}_{(b)} + \underbrace{\sum_{j=1}^S \sum_{i=1}^N C_{ij} X_{ij}}_{(c)} +$$

$$\underbrace{\sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^L f_{j,l} Y_{j,l}}_{(d)} + \underbrace{\sum_{j=1}^S \sum_{l=1}^L f_{j,l} Y_{j,l}}_{(e)}$$

Sa: (1)  $\sum_{j=1}^{N+S} X_{ij} = D_i$   $V_i = 1 \dots M$

(2)  $\sum_{i=1}^N X_{ij} - \sum_{l=1}^L g_{j,l} Y_{j,l} \geq 0$   $V_i = 1 \dots S$

(3)  $\sum_{i=1}^N X_{ij} - \sum_{l=1}^L h_{j,l} Y_{j,l} \leq 0$   $V_j = 1 \dots S$

(4)  $\sum_{i=1}^{M+S} X_{ij} - \sum_{l=1}^L g_{j,l} Y_{j,l} \geq 0$   $V_i = 1 \dots N$

(5)  $\sum_{i=1}^{M+S} X_{ij} - \sum_{l=1}^L h_{j,l} Y_{j,l} \leq 0$   $V_j = 1 \dots N$

(6)  $\sum_{j=1}^N K_{kj} - \sum_{l=1}^M X_{lk} \geq 0$   $V_k = 1 \dots S$

(7)  $X_{jp} a_{jp} - \sum_{i=1}^{M+S} X_{ij} \geq 0$   $V_j = 1 \dots N$   
 $V_p = 1 \dots 0$

(8)  $\sum_{l=1}^L Y_{j,l} = 1$   $V_j = 1 \dots S$

(9)  $\sum_{l=1}^L Y_{j,l} = 1$   $V_j = 1 \dots N$

(a) Coste de adquisición y transporte.

(b) Coste de producción y transporte desde fábrica o almacén al punto de venta.

- (c) Costes de almacén y transporte desde almacén a puntos de venta.
  - (d) Costes fijos de producción.
  - (e) Costes fijos de almacén.
- (1) Condición de abastecimiento de la demanda.
  - (2) Utilización de la capacidad mínima de los depósitos. Entradas = Mín.-Capacidad. Las entradas han de ser al menos igual al mínimo de capacidad.
  - (3) Las entradas en los depósitos no pueden sobrepasar el máximo de capacidad de cada almacén.
  - (4) Utilización de la capacidad mínima de cada planta.
  - (5) Condición de no sobrepasar el máximo de producción en cada planta.
  - (6) Las entradas en almacenes deben superar a las salidas.
  - (7) El establecimiento de MP por cada fábrica procedente de los puntos de abastecimiento  $p$ , debe ser suficiente para obtener una producción tal que abastezca la demanda, considerando un coeficiente de transformación de MP:  $a_{ip}$  (cantidad de producto terminado que se obtiene por unidad de MP).
  - (8) Elección de un único nivel de capacidad por almacén.
  - (9) Elección de un único nivel de capacidad por planta.

### Un enfoque dinámico

Pudiera resultar conveniente estudiar las posibilidades de reestructurar - temporalmente las plantas y almacenes en funcionamiento.

- Ej: - Abrir una nueva planta en una zona debido a un incremento de la demanda.
- Transformar un almacén en planta industrial.
  - Adoptar un tamaño superior.

Consideramos:

- Hipótesis de una demanda diferente en cada período de tiempo y en cada zona:  $D_i^t$ , cuya evolución es un dato del problema.



- En cada período existe la posibilidad de mantener el tamaño de la planta, disminuirlo o aumentarlo, de forma que:

Si se incrementa, el coste de operación es igual al correspondiente incremento de capacidad en la función de costes.

Si se disminuye, la reducción de costes es igual a la disminución de la capacidad.

Coste fijo de reducción = indemnizaciones, pérdidas.

-  $t$  : recoge el año del horizonte temporal a estudiar.

-  $Y_{jl}^t$   $\begin{cases} 1 & \text{Existencia de la planta en } j, \text{ de tamaño } l \text{ en el año } t \\ 0 & \text{Otro caso.} \end{cases}$

Se mantienen de modelos anteriores las restricciones:

$$(1) \sum_{j=1}^N X_{ij}^t = D_i^t \quad \begin{array}{l} i = 1 \dots M \\ t = 1 \dots T \end{array}$$

$$(2) \sum_{i=1}^M X_{ij}^t - \sum_{l=1}^L g_{jl}^t \geq 0 \quad \begin{array}{l} t = 1 \dots T \\ j = 1 \dots N \end{array}$$

$$(3) \sum_{i=1}^M X_{ij}^t - \sum_{l=1}^L h_{jl}^t Y_{jl}^t \leq 0 \quad \begin{array}{l} t = 1 \dots T \\ j = 1 \dots N \end{array}$$

$$(4) \sum_{j=1}^L Y_{jl}^t - \delta_j^t M_{\delta} \leq 0 \quad \begin{array}{l} t = 1 \dots T \\ j = 1 \dots N \end{array}$$

$$(5) \sum_{j=1}^L (f_{jl}^t Y_{jl}^t - f_{jl}^{t-1} Y_{jl}^{t-1}) + \gamma_j^t M_{\gamma} \leq 0 \quad \begin{array}{l} t = 1 \dots T \\ j = 1 \dots N \end{array}$$

(1) En cada período deben cubrirse las demandas.

(2) Cada planta ha de estar dentro de las capacidades mínimas en cada período

$f_{jk}^t$  = capacidad mínima de la planta  $j$ , nivel  $l$  y período  $t$

(3) Las plantas no podrán superar las capacidades máximas  $h_{jl}^t$  en cada período.

(4) Si la planta está abierta en  $t \rightarrow \varepsilon \dots = 1$  a cualquier nivel.

$M_\delta$  es un número suficientemente grande y positivo

$$\delta_j^t \begin{cases} 1 & \text{Si la planta está abierta} \\ 0 & \text{Si está cerrada} \end{cases}$$

ya que estamos minimizando y tiene un coeficiente positivo en la función objetivo. Esto supondrá en la función objetivo un coste fijo debido a mantener abierta la planta.

(5)  $\gamma_j^t \begin{cases} 0 & \\ 1 & \end{cases}$  y  $M_\delta$  número suficientemente grande tal que compense la di-

ferencia de costes fijos originados por la reducción de la capacidad futura.

Si  $\gamma_j$  se utilizara diferenciando para cada nivel de producción, permitiría también diferenciar costes de producción.

### Función Objetivo:

$$\text{Min } (Z) = \underbrace{\sum_{t=1}^T \left[ \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N C_{ij}^t X_{ij}^t \right]}_{(a)} + \underbrace{\sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^L f_{jl}^t (Y_{jl}^t - Y_{jl}^{t-1})}_{(b)} +$$

$$\underbrace{\sum_{j=1}^N \delta_j^t F_j^t}_{(c)} + \underbrace{\sum_{j=1}^M \gamma_j^t G_j^t}_{(d)}$$



donde:  $F_j^t$  = coste de mantenimiento (fijo) de una planta abierta en cualquier nivel.

Si la planta está abierta  $\delta_j^t = 1$  (4)

$G_j$  = fijo siempre que haya reducción de capacidad, y se suma a la función objetivo si  $\gamma_j^t = 1$ , como consecuencia de (5).

- (a) Coste de transporte (sumado en los T períodos)
- (b) Coste (fijo) de aumentar el tamaño.
- (c) Coste fijo de mantener la planta abierta.
- (d) Coste fijo por disminución de tamaño.

Este modelo es también susceptible de ampliación a todos los modelos anteriores.

## 6. CONCLUSIONES

La problemática básica que se deduce del tratamiento de la localización es su complejidad, debida a la multitud de cuestiones entrelazadas que con ella afectan a una entidad económica.

Este inconveniente ha tratado de ser subsanado bien con la simplificación a factores cuantitativos (costes) que pueden modelizarse de forma manejable y operativa (Teoría Clásica); o bien dando un marco conceptual amplio que considere las interrelaciones que reflejan la realidad, aún perdiendo con ello - la operatividad necesaria para la toma de decisión.

En cualquiera de los dos casos -se llegue a una solución analítica o no, se pueda tomar directamente la decisión o se tengan únicamente elementos de -juicio- la respuesta a esta cuestión debería ser tal que se cumplan los objetivos que la Empresa ha planificado, sean estos:

- Proporcionar al cliente un excelente servicio.
- Estricto control de costos.
- Flexibilidad.
- Cuota de mercado, ó
- Rapidez.

La elección queda en manos del decisor.

## 7. BIBLIOGRAFIA

- AZNAR A., FERNANDEZ F., 1975. Modelos de localisation pour la planification regional. CC.EE. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. Zaragoza.
- BACON R., 1984. Consumer spatial behaviour. Clarendon Press. Oxford.
- BEHRENS K., 1971. Allgemeine Standortbestimmungslehre. Westdeutscher Verlag.- Opladen.
- BLOENCH J., 1970. Optimale Industriestandart-Methoden zur inhes Bestimmung.- Physicaverlag. Wnerzburg.
- CUADERNOS UNIVERSITARIOS DE PLANIFICACION EMPRESARIAL Y MARKETING. vol 2, nº 1, 1967. La localización de la empresa. Revisión de algunos planteamientos.
- CURSO INVESTIGACION OPERATIVA (1984-85). Facultad Ciencias Económicas y Empresariales. Zaragoza.
- DE LECEA A. et al. Análisis de la situación y políticas de comercio interior en los países de la CEE. Documentos e Informes.
- DORWARD N., 1982. Recent developements in the analysis of spatial competition on their implications for industrial economics. The Journal of Industrial Economics, Vol. XXXI.
- GARCIA ECHEVARRIA S., 1973. Las decisiones de localización de la empresa. Política de localización empresarial. Revista de Economía Política, nº 63.
- JACOB H., 1967. Zur standartwahl der Miternehnugen. Gabter, Wiesbaden.
- LARSON R., ODoni A., 1984. Urban operation Research. Prentice-Hall Inc.



\*006347\*

- PRAWDA J., 1980. Métodos y modelos de investigación de operaciones (Vol. 2).- Métodos Estocásticos.
- SCHROEDER R., 1983. Administración de operaciones. Magraw-Hill.
- STEVEN B., JUAREZ RUBIO F., 1983. Localización de industrias agrarias e investigación operativa: una nota. INIA. Anales de Economía y Sociología Agrarias, nº 7.
- STEVENS B., 1985. Location of Economic Activities: The Journal of Regional Science contribution to the research literature. Journal of Regional Science. Vol.25, nº 4.
- STHAL K., 1982. Differentiated products, consumer search and location oligopoly. The Journal of Industrial Economics, vol. XXXI.
- SUAREZ S., 1970. Contribución al estudio de la localización de plantas industriales y establecimientos comerciales. Boletín de Estudios Económicos, - vol. XXV, nº 81.
- WEBER A. Uber den standart der Industrie.
- WEBER A., 1962. Theory of the location of industries (C.J. Friedrich, -- trans.). University of Chicago Press. Chicago.